

**ОБОБЩЕННЫЕ ИТЕРАЦИИ ПИКАРА
КАК ПРЕДСТАВИТЕЛЬ КЛАССА МЕТОДОВ РУНГЕ–КУТТЫ
Б. В. Фалейчик (Минск, Беларусь)**

Для численного решения задачи Коши

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0,$$

$y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, рассмотрим s -стадийный неявный метод Рунге–Кутты (РК): $y_1 = y_0 + \tau \sum_{i=0}^s b_i f(t_0 + c_i \tau, Y_i)$. Здесь $y_1 \approx y(t_0 + \tau)$, а $Y_i \in \mathbb{R}^n$ — неизвестные параметры, удовлетворяющие системе уравнений

$$r(Y) = (r_1(Y), \dots, r_s(Y)) = 0, \quad (1)$$

$$r_i(Y) = -Y_i + y_0 + \tau \sum_{j=0}^s a_{ij} f(t_0 + c_j \tau, Y_j), \quad i = 1, \dots, s.$$

Здесь использованы стандартные обозначения для коэффициентов метода РК: $(a_{ij})_{i,j=1}^s = A$, $(b_1, \dots, b_s)^T = b$, $(c_1, \dots, c_s)^T = c$; $Y = (Y_1, \dots, Y_s)^T$. Применяя для решения системы (1) принцип установления, получаем семейство итерационных процессов, которые называются обобщенными итерациями Пикара (ОИП) [1]:

$$Y^{[k+1]} = Y^{[k]} + \omega \sum_{p=1}^{\sigma} \beta_p r(Y^{[k,p]}), \quad k = 0, 1, \dots, m-1, \quad (2a)$$

$$Y^{[k,p]} = Y^{[k]} + \omega \sum_{q=1}^{p-1} \alpha_{pq} r(Y^{[k,q]}), \quad p = 1, 2, \dots, \sigma. \quad (2b)$$

Здесь σ — количество стадий некоторого вспомогательного явного метода РК, (α_{ij}) , (β_i) — его коэффициенты, ω — шаг дискретизации по фиктивному времени. Если рассматривать (2) вместе с заключительным этапом

$$y_1 = y_0 + \tau b^T f(Y^{[m]})$$

при фиксированном m как самостоятельный одношаговый метод, то окажется, что полученный метод принадлежит классу явных методов РК. Такие методы разработаны с целью экономичного решения жестких задач в случае, когда решение (1) методами ньютоновского типа не представляется возможным. В докладе обсуждаются свойства методов ОИП, представлены результаты вычислительных экспериментов.

Литература

1. B. Faleichik, I. Bondar, V. Byl. Generalized Picard iterations: A class of iterated Runge–Kutta methods for stiff problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Volume 262, 15 May 2014, Pages 37–50, ISSN 0377-0427, <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2013.10.036>.